

2019~2020学年天津和平区高二下学期期中数学试卷

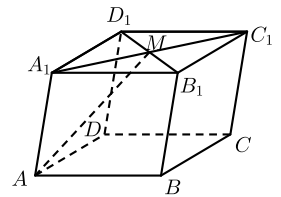
一、选择题

(本大题共8小题, 每小题5分, 共40分)

1. 已知空间向量 $\vec{m} = (3, 1, 3)$, $\vec{n} = (-1, \lambda, -1)$, 且 $\vec{m} \parallel \vec{n}$, 则实数 $\lambda =$ ().

- A. $-\frac{1}{3}$ B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. 6

2. 如图, 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点, 若 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AA_1} = \vec{c}$, 则下列向量中与 $\vec{AM}$ 相等的向量是 ().



- A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$
C. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

3. 在下列条件中, 使 M 与 A, B, C 一定共面的是 ().

- A. $\vec{OM} = \vec{OA} - \vec{OB} - \vec{OC}$ B. $\vec{OM} = \frac{1}{5}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OC}$
C. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ D. $\vec{OM} + \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$

4. 函数 $f(x) = 3x - 4x^3$, ($x \in [0, 1]$) 的最大值是 ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. -1 C. 0 D. 1

5. 下列函数求导数, 正确的个数是 ().

- ① $(e^{2x})' = e^{2x}$; ② $[(x^2 + 3)^8]' = 8(x^2 + 3) \cdot 2x$; ③ $[\ln(2x)]' = \frac{2}{x}$; ④ $(a^{2x})' = 2a^{2x-1}$.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

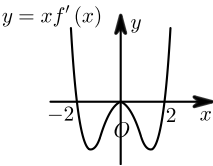
6. 在“志愿和平”活动中, 某校高二年级3名男教师和4名女教师参与社区防控新冠肺炎疫情的志愿服务. 根据岗位需求应派3人巡视商户, 且至少有1名男教师; 另外4人测量出入人员体温. 则这7名教师不同的安排方法有 ().

- A. 15种 B. 18种 C. 31种 D. 45种

7. 某学校周一安排有语文、数学、英语、物理、化学、生物六节课, 要求生物课不排在第一节, 物理不排在第四节课, 则这天课表的不同排法种数为 ().

- A. 240 B. 384 C. 480 D. 504

8. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = xf'(x)$ 的图象（如图所示）与 x 轴分别交于原点，点 $(-2, 0)$ 和点 $(2, 0)$ ，若 -3 和 3 是函数 $f(x)$ 的两个零点，则不等式 $f(x) > 0$ 的解集（ ）.



- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

B. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
- C. $(-\infty, -3) \cup (0, 2)$

D. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

二、填空题

(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

9. 已知曲线 $y = e^x$ 在点 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线为 $y = x + a$ ，则 $a =$ _____.

10. 在 $\left(x + \frac{2}{x}\right)^5$ 的二项展开式中， x^3 的系数为_____.

11. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$ ， $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，则 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ _____.

12. 若函数 $f(x) = \ln x + ax$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

(本大题共4小题, 每小题10分, 共40分)

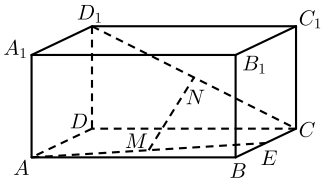
13. 已知 $f(x) = \left(x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, $f(x)$ 的展开式的各二项式系数的和等于128.

爱智康 (1) 求 n 的值.

(2) 求 $f(x)$ 的展开式中的有理项.

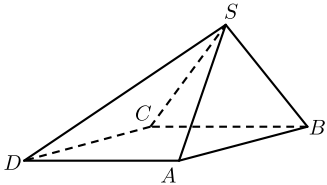
(3) 求 $f(x)$ 的展开式中系数最大的项和系数最小的项.

14. 如图，在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AD = AA_1 = 1$ ， $AB = 2$ ， 点 E ， M ， N 分别是线段 BC ， AE ， CD_1 的中点。



- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 ADD_1A_1 .
- (2) 在线段 A_1D_1 上有一点 P ， 若二面角 $P - AE - D$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{21}}{21}$ ， 求点 D_1 到平面 PAE 的距离 .

15. 如图，在四棱锥 $S - ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，侧面 $SBC \perp$ 底面 $ABCD$ 。已知 $\angle ABC = 45^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 2\sqrt{2}$ ， $SC = SB = \sqrt{3}$ 。



- (1) 求直线 SD 与平面 SAB 所成角的正弦值。
- (2) 在线段 AB 上是否存在一点 P ，使 $SP \perp SC$ ？若存在，请求出 AP 的长；若不存在，请说明理由。

16. 已知函数 $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - x$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 若函数 $g(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - f(x) - \ln(x+a)$ 的极小值为 0, $a > 0$.

1 求 a 的值.

2 若对于任意的 $x \in [0, +\infty)$, 有 $g(x) \leq kx^2$ 成立, 求实数 k 的取值范围.